

Wymagania edukacyjne z matematyki

– klasa 3 technikum –

poziom podstawowy

1. Funkcja kwadratowa

Uczeń:

- szkicuje wykres funkcji $f(x) = ax^2$
- podaje własności funkcji $f(x) = ax^2$
- stosuje własności funkcji $f(x) = ax^2$ do rozwiązywania zadań
- szkicuje wykresy funkcji: $f(x) = ax^2 + q$, $f(x) = a(x - p)^2$, $f(x) = a(x - p)^2 + q$ i podaje ich własności
- stosuje własności funkcji: $f(x) = ax^2 + q$, $f(x) = a(x - p)^2$, $f(x) = a(x - p)^2 + q$ do rozwiązywania zadań
- podaje wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej
- oblicza wyróżnik trójmianu kwadratowego
- oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, podaje równanie jej osi symetrii
- przekształca postać ogólną funkcji kwadratowej do postaci kanonicznej (z zastosowaniem uzupełniania do kwadratu lub wzoru na współrzędne wierzchołka paraboli) i szkicuje jej wykres
- przekształca postać kanoniczną funkcji kwadratowej do postaci ogólnej
- wyznacza wzór ogólny funkcji kwadratowej, jeśli ma dane współrzędne wierzchołka i innego punktu jej wykresu
- wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli
- podaje wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej
- przekształca postać ogólną funkcji kwadratowej do postaci kanonicznej (z zastosowaniem wzoru na współrzędne wierzchołka paraboli); szkicuje wykres danej funkcji
- przekształca postać kanoniczną funkcji kwadratowej do postaci ogólnej
- wyznacza wzór ogólny funkcji kwadratowej, gdy dane są współrzędne wierzchołka i innego punktu jej wykresu
- wyznacza równanie osi symetrii paraboli
- stosuje wzory skróconego mnożenia oraz metodę wyłączania wspólnego czynnika przed nawias do przedstawienia wyrażenia w postaci iloczynu
- rozwiązuje równanie kwadratowe za pomocą rozkładu na czynniki
- interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego
- wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych
- określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika
- rozwiązuje równanie kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki
- interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego w zależności od współczynnika a i wyróżnika Δ
- wykorzystuje poznane wzory do szkicowania wykresu funkcji kwadratowej
- definiuje postać iloczynową funkcji kwadratowej i warunek jej istnienia
- sprawdza, czy funkcję kwadratową można zapisać w postaci iloczynowej
- zapisuje funkcję kwadratową w postaci iloczynowej
- odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej i jej postaci iloczynowej
- przekształca postać iloczynową funkcji kwadratowej do postaci ogólnej
- wykorzystuje postać iloczynową funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań o różnym stopniu trudności
- zapisuje w każdej z trzech możliwych postaci wzór funkcji kwadratowej przedstawionej za pomocą wykresu
- wyjaśnia związek między rozwiązaniem nierówności kwadratowej a znakiem wartości odpowiedniego trójmianu kwadratowego
- rozwiązuje nierówność kwadratową

- wykorzystuje nierówności kwadratowe do rozwiązywania zadań o różnym stopniu trudności, w szczególności wyznacza dziedzinę funkcji, w której wzorze występuje pierwiastek kwadratowy
- zaznacza na osi liczbowej iloczyn, sumę i różnicę zbiorów rozwiązań dwóch nierówności kwadratowych
- rozpoznaje równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych
- wprowadza niewiadomą pomocniczą, podaje odpowiednie założenia i rozwiązuje równanie kwadratowe z niewiadomą pomocniczą
- rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie – równaniem prostej
- podaje interpretację geometryczną rozwiązania układu równań, znajdując punkty wspólne prostej i paraboli
- stosuje pojęcia najmniejszej i największej wartości funkcji
- wyznacza wartości najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
- stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych
- stosuje pojęcia najmniejszej i największej wartości funkcji
- wyznacza wartości najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
- stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych

2. Wielomiany

Uczeń:

- podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników
- zapisuje wielomian określonego stopnia o danych współczynnikach
- zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
- oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
- wyznacza brakujące współrzędne punktu należącego do wykresu danego wielomianu
- wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień
- szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego
- określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia
- podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia wielomianów
- oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów
- stosuje wzory na sześcian sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześcianów
- przekształca wyrażenie algebraiczne, stosując wzory skróconego mnożenia
- rozkłada w prostych przypadkach wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias
- rozwiązuje równanie wielomianowe
- podaje w prostych przypadkach przykład wielomianu, znając jego stopień i pierwiastek
- wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej w prostych przypadkach
- dzieli wielomian przez dwumian $x - a$
- sprawdza poprawność wykonanego dzielenia
- zapisuje wielomian w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r$
- sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x - a$ bez wykonywania dzielenia
- wyznacza resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$
- określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi wielomianu o współczynnikach całkowitych
- sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki;
- rozwiązuje równanie wielomianowe z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu
- opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza jego dziedzinę wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki
- stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów
- stosuje wzory $a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + 1)$ oraz

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + \dots + a \cdot b^{n-2} + b^{n-1})$$

- rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia
- rozkłada wielomian na czynniki w zadaniach różnych typów
- sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x - p)(x - q)$ bez wykonywania dzielenia
- rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące podzielności wielomianu
- rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując działania na wielomianach i równania wielomianowe.

3. Funkcje wymierne

Uczeń:

- szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
- szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$ w podanym zbiorze
- odczytuje z wykresu współrzędne punktów przecięcia prostej i hiperboli
- wyznacza współczynnik a tak, aby funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$ spełniała podane warunki
- dobiera wzór funkcji do jej wykresu
- szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$, gdzie $x \in \mathbf{R} \setminus \{p\}$ i $a \neq 0$, i wyznacza równania jej asymptot
- przesuwa wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x'}$, gdzie $a \neq 0$, wzdłuż osi OX albo wzdłuż osi OY, podaje jej własności oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu
- wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku
- wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego
- oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
- upraszcza wyrażenia wymierne
- wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych i podaje odpowiednie założenia
- przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych, wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną
- rozwiązuje równania wymierne, podaje i uwzględnia założenia
- podaje interpretację geometryczną rozwiązania równania wymiernego
- wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych
- rozwiązuje równania postaci $|x - a| = b$, wykorzystując odległość między liczbami na osi liczbowej
- stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań typu $|ax + b| = c$
- rozwiązuje proste równania wymierne ze znakiem wartości bezwzględnej
- rozwiązuje nierówności postaci: $|x - a| < b$, $|x - a| \leq b$, $|x - a| > b$, $|x - a| \geq b$, wykorzystując odległość między liczbami na osi liczbowej
- stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania nierówności typu: $|ax + b| < c$, $|ax + b| \leq c$, $|ax + b| > c$, $|ax + b| \geq c$
- rozwiązuje proste nierówności wymierne ze znakiem wartości bezwzględnej
- wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych
- wykorzystuje wielkości odwrotnie proporcjonalne do rozwiązywania zadań tekstowych dotyczących związku między drogą, prędkością i czasem

4. Trygonometria

Uczeń:

- podaje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa oraz wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
- stosuje twierdzenie Pitagorasa do wyznaczania długości odcinków w trójkątach prostokątnych
- korzystając z twierdzenia Pitagorasa, wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego
- podaje definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym

- podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30° , 45° , 60°
- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków
- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach
- dowodzi zależności między wartościami funkcji trygonometrycznych kątów ostrych
- odczytuje wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta w tablicach lub wartości kąta na podstawie wartości funkcji trygonometrycznych
- wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań praktycznych
- rozwiązuje trójkąty prostokątne
- wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania związków miarowych w trójkątach i czworokątach
- podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta oraz między funkcjami trygonometrycznymi kątów α i $90^\circ - \alpha$
- wyznacza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dana jest jedna z nich
- sprawdza, czy istnieje kąt ostry spełniający podane zależności
- stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
- uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi
- przeprowadza dowody podstawowych tożsamości trygonometrycznych
- określa znak funkcji trygonometrycznej kąta rozwartego
- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku
- stosuje zależności między funkcjami trygonometrycznymi kąta wypukłego
- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: 90° , 120° , 135°
- korzysta z tablic i przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych do wyznaczenia miary kąta rozwartego
- podaje różne wzory na pole trójkąta
- oblicza pole trójkąta, dobierając odpowiedni wzór
- wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów
- dowodzi prawdziwości wzoru $P = \frac{1}{2}absiny$
- rozróżnia czworokąty oraz zna ich własności
- podaje wzory na pola: równoległoboku, rombu, trapezu
- oblicza pola czworokątów
- wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania związków miarowych w czworokątach
- uzasadnia związki miarowe w czworokątach
-

5. Planimetria

Uczeń:

- rozpoznaje kąty środkowe w okręgu
- oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu, stosuje poznane wzory do obliczania obwodów figur
- określa liczbę punktów wspólnych dwóch okręgów
- określa wzajemne położenie okręgów, mając dane promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami
- wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań
- podaje wzory na pole koła i pole wycinka koła
- stosuje poznane wzory do obliczania pól figur
- oblicza pole figury, wykorzystując styczność okręgów
- określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość środka okręgu od prostej z promieniem okręgu
- stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań
- określa liczbę punktów wspólnych prostej i okręgu
- rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte

- stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia
- stosuje twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań
- stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach
- formułuje twierdzenia dotyczące kątów w okręgu i dowodzi ich prawdziwości
- przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach
- rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
- stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia
- stosuje twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań
- stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach
- formułuje twierdzenia dotyczące kątów w okręgu i dowodzi ich prawdziwości
- przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach
- rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny oraz prostokątny
- rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt
- stosuje wzór $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$
- dowodzi prawdziwości wzoru $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$
- rozpoznaje wielokąty foremne i podaje ich własności
- wyznacza miarę kąta wewnętrznego wielokąta foremnego
- wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, gdy dana jest suma miar jego kątów wewnętrznych
- uzasadnia i stosuje zależność między długością boku a promieniem okręgu opisanego na wielokącie foremnym lub wpisanego w wielokąt foremny
- stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów
- stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
- przeprowadza dowód twierdzenia sinusów
- stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów
- przeprowadza dowód twierdzenia cosinusów
- wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta
- bada, czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny
- stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym