

Wymagania edukacyjne z matematyki

– klasa 3 technikum –

poziom rozszerzony

2024

1. WIELOMIANY

Uczeń:

- rozróżnia wielomian, podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników
- zapisuje wielomian określonego stopnia o danych współczynnikach
- zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
- oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu
- oblicza brakujące współrzędne punktu należącego do wykresu danego wielomianu
- sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
- wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki
- określa stopień wielomianu w zależności od parametru
- oblicza sumę współczynników wielomianu
- wyznacza sumę wielomianów
- wyznacza różnicę wielomianów
- określa stopień sumy i różnicy wielomianów
- szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego
- odczytuje informacje z danego wykresu wielomianu
- stosuje wielomian do opisanego np. pola powierzchni prostopadłościanu i określa dziedzinę tego wielomianu
- oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów
- określa stopień wielomianu wielu zmiennych
- określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia
- wyznacza iloczyn danych wielomianów
- podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia wielomianów
- stosuje wielomian do opisanego objętości prostopadłościanu i określa dziedzinę tego wielomianu
- wykonuje mnożenie wielomianów i porównuje współczynniki przy odpowiedniej potędze zmiennej
- stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów
- stosuje wzory na sześcian sumy lub różnicy oraz wzory na sumę lub różnicę sześciąt
- przekształca wyrażenie algebraiczne, stosując wzory skróconego mnożenia
- stosuje wzory skróconego mnożenia do obliczania objętości
- stosuje wzory $a^3 \pm b^3$ do usuwania niewymierności z mianownika
- wprowadza wzory skróconego mnożenia
- stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń
- wyłącza wspólny czynnik przed nawias
- stosuje wzory na kwadrat sumy i różnicy oraz wzór na różnicę kwadratów do rozkładu wielomianu na czynniki
- wykorzystuje rozkład trójmianu kwadratowego na czynniki do rozkładu wielomianu na czynniki
- zapisuje wielomian w postaci iloczynu czynników możliwie najniższego stopnia
- rozkłada wielomian na czynniki w zadaniach różnych typów

- stosuje metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika przed nawias do rozkładu wielomianów na czynniki
- stosuje wzory na sumę i różnicę sześcianów do rozkładu wielomianu na czynniki
- rozkłada dany wielomian na czynniki, stosując metodę podaną w przykładzie
- rozwiązuje równania wielomianowe metodą grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika przed nawias
- wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej oraz dwóch wielomianów
- podaje przykład wielomianu, gdy dane są jego stopień i pierwiastki
- wykorzystuje równania wielomianowe w zadaniach dotyczących związków miarowych w prostopadłościanach
- dzieli wielomian przez dwumian $x - a$
- stosuje schemat Hornera
- zapisuje wielomian w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r$
- sprawdza poprawność wykonanego dzielenia
- przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci $x - a$ (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku
- dzieli wielomian przez inny wielomian i zapisuje go w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r(x)$
- wyznacza wartości parametrów tak, aby wielomiany były równe, ustalając stopień wielomianów i porównując współczynniki przy tych samych potęgach zmiennej
- sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x - a$ bez wykonywania dzielenia
- wyznacza resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$
- sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki
- wyznacza wartość parametru tak, aby wielomian był podzielny przez dany dwumian
- sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x - p)(x - q)$ bez wykonywania dzielenia
- wyznacza resztę z dzielenia wielomianu przez wielomian stopnia drugiego, gdy podane są określone warunki
- przeprowadza dowód twierdzenia Bézouta
- wskazuje liczby, które mogą być pierwiastkami całkowitymi wielomianu o współczynnikach całkowitych
- wskazuje liczby, które mogą być pierwiastkami wymiernymi wielomianu o współczynnikach całkowitych
- rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu
- stosuje twierdzenia o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w zadaniach różnych typów
- przeprowadza dowód twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu
- wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, gdy dany jest wielomian w postaci iloczynowej
- bada, czy wielomian ma inne pierwiastki, oraz określa ich krotność, gdy dane są stopień wielomianu i jego pierwiastki całkowite
- znając pierwiastek wielomianu i jego krotność, wyznacza pozostałe pierwiastki wielomianu
- podaje przykłady wielomianu, gdy dane są jego stopień oraz pierwiastki i ich krotność
- rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych
- szkicuje wykres wielomianu, gdy dana jest jego postać iloczynowa
- dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu
- podaje wzór wielomianu, gdy dane są współczynnik przy najwyższej potędze oraz szkic wykresu
- szkicuje wykres danego wielomianu, po wyznaczeniu jego pierwiastków
- rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu
- rozwiązuje nierówności wielomianowe, wykorzystując postać iloczynową wielomianu (dowolną metodą: szkicując wykres lub tworząc siatkę znaków)
- rozwiązuje nierówność wielomianową, gdy dany jest wzór ogólny wielomianu

- stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczenia dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastków
- wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi
- stosuje nierówności wielomianowe w zadaniach z parametrem
- opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza dziedzinę tego wielomianu
- rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując działania na wielomianach i równania wielomianowe

2. FUNKCJE WYMIERNE

Uczeń:

- szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności) oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu
- szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$ w podanym zbiorze
- odczytuje z wykresu współrzędne punktów przecięcia prostej i hiperboli
- wyznacza współczynnik a tak, aby funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$ spełniała podane warunki
- przesuwa wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ o dany wektor, podaje wzór i określa własności otrzymanej funkcji
- wyznacza dziedzinę i podaje równania asymptot wykresu funkcji określonej wzorem $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$
- podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, aby otrzymać wykres funkcji $y = \frac{a}{x-p} + q$; szkicuje wykres funkcji $y = \frac{a}{x-p} + q$
- wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku
- dobiera wzór funkcji do jej wykresu
- wyznacza wzór funkcji spełniającej podane warunki
- wyznacza równania osi symetrii oraz współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej danym równaniem
- przekształca wzór ogólny funkcji homograficznej do postaci kanonicznej
- szkicuje wykres funkcji homograficznej i określa jej własności
- wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej
- podaje przykładowy wzór funkcji homograficznej, znając jej dziedzinę i zbiór wartości
- rozwiązuje zadania tekstowe dotyczące funkcji homograficznej
- rozwiązuje zadania z parametrem na podstawie funkcji homograficznej
- wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego i oblicza jego wartość dla danej wartości zmiennej
- upraszcza w prostych przypadkach wyrażenia wymierne
- wyznacza dziedziny iloczynu oraz ilorazu wyrażeń wymiernych
- mnoży wyrażenia wymierne
- dzieli wyrażenia wymierne
- wykorzystuje mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych do rozwiązywania zadań
- mnoży wyrażenia wymierne dwóch zmiennych i podaje konieczne założenia
- wyznacza dziedziny sumy i różnicy wyrażeń wymiernych
- dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne
- przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych; wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną
- rozwiązuje równania wymierne, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia
- znajduje współrzędne punktów wspólnych hiperboli i prostej
- rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, w których występują wyrażenia wymierne
- odczytuje z danego wykresu zbiór rozwiązań nierówności wymiernej
- rozwiązuje nierówności wymierne i podaje odpowiednie założenia
- stosuje nierówności wymierne do porównywania wartości funkcji

- rozwiązuje graficznie nierówności wymierne
- rozwiązuje układy nierówności wymiernych
- wyznacza dziedzinę i miejsca zerowe funkcji, w której wzorze występują ułamki i pierwiastki
- wyznacza dziedzinę i miejsca zerowe funkcji wymiernej danej wzorem
- bada, czy dane funkcje są równe, i szkicuje ich wykresy
- wyznacza iloczyn i iloraz danych funkcji wymiernych, określa dziedziny iloczynu i ilorazu
- rozwiązuje zadania, korzystając z danego wykresu funkcji wymiernej, oraz zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej
- rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, stosując interpretację geometryczną
- rozwiązuje równania i nierówności, w których występuje wartość bezwzględna tego samego wyrażenia
- rozwiązuje równania i nierówności typu $|x - a| + bx = c$,
 $|x - a| + bx < c$,
- rozwiązuje równania i nierówności zapisane za pomocą sumy kilku wartości bezwzględnych
- rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, stosując definicję oraz własności wartości bezwzględnej
- przekształca wzory funkcji, w których występują sumy (lub różnice) wyrażeń ze znakiem wartości bezwzględnej, szkicuje wykresy tych funkcji i podaje własności
- stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych
- zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających zadane warunki
- wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych
- wykorzystuje wielkości odwrotnie proporcjonalne do rozwiązywania zadań tekstowych dotyczących związku między drogą, prędkością i czasem

3. TRYGNOMETRIA

Uczeń:

- podaje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa oraz wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
- stosuje twierdzenie Pitagorasa do wyznaczania długości odcinków w trójkątach prostokątnych
- korzystając z twierdzenia Pitagorasa, wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego
- przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa
- podaje definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym
- podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów:
 30° , 45° , 60°
- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków
- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach
- uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych
- odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego lub wartość kąta na podstawie wartości funkcji trygonometrycznej
- wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań praktycznych
- rozwiązuje trójkąty prostokątne
- wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania związków miarowych w czworokątach i prostopadłościanach
- podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta oraz między funkcjami trygonometrycznymi kątów α i $90^\circ - \alpha$
- wyznacza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dana jest jedna z nich
- sprawdza, czy istnieje kąt ostry spełniający podane zależności
- stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
- uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi

- określa znak funkcji trygonometrycznej kąta rozwartego
- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku
- stosuje wzory: $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$, $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$
 $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$ do obliczania wartości wyrażenia
- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych
- zaznacza w układzie współrzędnych kąt, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej
- podaje różne wzory na pole trójkąta
- oblicza pole trójkąta, dobierając odpowiedni wzór
- wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów
- dowodzi zależności w trójkątach z zastosowaniem trygonometrii
- wyprowadza wzór $P = \frac{1}{2}absiny$
- wykorzystuje poznane wzory na pole trójkąta do rozwiązywania zadań
- rozróżnia czworokąty oraz zna ich własności
- podaje wzory na pola: równoległoboku, rombu, trapezu
- oblicza pola czworokątów
- wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania związków miarowych w czworokątach
- uzasadnia związki miarowe w czworokątach

4. PLANIMETRIA

Uczeń:

- rozpoznaje kąty środkowe w okręgu
- oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu
- określa wzajemne położenie dwóch okręgów, mając dane promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami
- wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań
- oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła i pole wycinka koła
- określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość środka okręgu od prostej z promieniem okręgu, określa liczbę punktów wspólnych prostej i okręgu
- stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań
- rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
- stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia i twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu
- formułuje twierdzenie dotyczące kątów środkowego i wpisanego w okrąg oraz dowodzi jego prawdziwości
- stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach
- przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach
- rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym
- rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii
- stosuje wzór $P = \frac{abc}{4R}$
- wyprowadza wzór $P = \frac{abc}{4R}$
- rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny
- rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt
- stosuje wzór $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$
- wyprowadza wzór $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$
- sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg
- stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązywania zadań

- uzasadnia, że jeśli na czworokącie można opisać okrąg, to sumy miar przeciwległych kątów tego czworokąta są równe i mają po 180°
- sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg
- stosuje twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt do rozwiązywania zadań
- uzasadnia, że jeśli w czworokąt wypukły można wpisać okrąg, to sumy długości przeciwległych boków tego czworokąta są równe
- rozpoznaje wielokąty foremne i podaje ich własności
- oblicza miarę kąta wewnętrznego wielokąta foremnego
- wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, gdy dana jest suma miar jego kątów wewnętrznych
- oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremny
- formułuje twierdzenia dotyczące związków w wielokątach foremnych oraz dowodzi ich prawdziwości
- stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów
- stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
- wykorzystuje twierdzenie sinusów w zadaniach na dowodzenie
- przeprowadza dowód twierdzenia sinusów
- stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów
- przeprowadza dowód twierdzenia cosinusów
- wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, gdy dane są długości boków trójkąta
- bada, czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny
- stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania zadań
- stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym

5. FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA

Uczeń:

- zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o podanej podstawie i wykładniku rzeczywistym
- upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach
- porównuje liczby przedstawione w postaci potęg
- oblicza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów
- sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej
- szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje jej własności
- porównuje liczby przedstawione w postaci potęg, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej
- wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do jej wykresu oraz szkicuje ten wykres
- rozwiązuje proste równania i nierówności wykładnicze, korzystając z wykresu funkcji wykładniczej
- szkicuje wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności
- szkicuje wykres funkcji wykładniczej otrzymany w wyniku złożenia przesunięcia o wektor i symetrii względem osi układu współrzędnych i podaje wartości tej funkcji
- rozwiązuje graficznie proste nierówności wykładnicze, korzystając z odpowiednio przekształconego wykresu funkcji wykładniczej
- szkicuje wykres funkcji wykładniczej otrzymany w wyniku złożenia kilku przekształceń
- rozwiązuje graficznie równania i nierówności, korzystając z wykresów funkcji wykładniczych
- zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane za pomocą krzywych
- oblicza logarytm danej liczby
- stosuje do obliczeń równości wynikające z definicji logarytmu
- wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej
- podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic
- udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby, np. $\log_2 3$

- stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami
- podaje założenia i zapisuje w prostszej postaci wyrażenia zawierające logarytmy
- stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń
- udowadnia twierdzenia o logarytmach
- szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności
- oblicza podstawę logarytmu we wzorze funkcji logarytmicznej, gdy dane są współrzędne punktu należącego do wykresu tej funkcji
- wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie
- rozwiązuje proste nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu funkcji logarytmicznej
- wykorzystuje własności funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań różnego typu, w tym zadań z parametrem
- szkicuje wykres funkcji logarytmicznej, stosując poznane przekształcenia, i określa jej własności
- wyznacza dziedzinę funkcji logarytmicznej
- rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji logarytmicznej
- rozwiązuje nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu odpowiedniej funkcji logarytmicznej
- rozwiązuje graficznie równania, znajdując na rysunku punkty wspólne wykresu funkcji logarytmicznej i prostej
- zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów, których współrzędne są opisane za pomocą nierówności logarytmicznych
- stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami
- stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu
- do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami
- wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie
- udowadnia twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu
- wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, dotyczące wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego

6. FUNKCJE TRYGNOMETRYCZNE

Uczeń:

- zaznacza kąt w układzie współrzędnych
- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu
- określa znaki wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta
- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: 90° , 120° , 135° , 225° , korzystając z definicji dowolnego kąta $\alpha \in \langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$
- określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta
- oblicza wartości, w których występują funkcje trygonometryczne kątów należących do przedziału $\langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$
- zaznacza w układzie współrzędnych położenie ramienia końcowego danego kąta α
- zapisuje miarę danego kąta w postaci $k \cdot 360^\circ + \alpha$, $k \in \mathbf{Z}$
- wyznacza kąt, gdy dany jest punkt należący do jego końcowego ramienia
- bada, czy punkt należy do końcowego ramienia danego kąta
- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta, gdy dana jest jego miara stopniowa
- wyznacza kąt w podanym przedziale, gdy dana jest wartość jednej jego funkcji trygonometrycznej
- określa miarę kąta na podstawie informacji podanych w zadaniu
- zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie

- zapisuje miarę łukową danego kąta w postaci $2k\pi + \alpha, k \in \mathbf{Z}$
- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów o danej mierze łukowej
- odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu
- szkicuje wykres funkcji okresowej
- stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości
- szkicuje wykresy funkcji sinus i cosinus w danym przedziale
- określa własności funkcji sinus i cosinus w danym przedziale
- odczytuje z wykresów funkcji sinus i cosinus argumenty, dla których funkcja przyjmuje daną wartość
- korzystając z wykresów funkcji sinus i cosinus podaje liczbę rozwiązań równania $\sin x = m, \cos x = m$ w zależności od parametru m
- szkicuje wykresy funkcji tangens i cotangens w danym przedziale
- określa własności funkcji tangens i cotangens w danym przedziale
- odczytuje z wykresów funkcji tangens i cotangens rozwiązania równania $\operatorname{tg} x = a, \operatorname{ctg} x = a$ w podanym przedziale
- szkicuje wykres funkcji $y = f(x - p) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności
- szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi OX
- szkicuje wykres funkcji będącej złożeniem przesunięcia i symetrii względem osi OX
- podaje zbiory wartości funkcji, np. $f(x) = 2 \cos^2 x - 1$
- podaje amplitudę wykresu funkcji $y = af(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną
- szkicuje wykres funkcji $y = af(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności
- szkicuje wykres funkcji $y = af(x - p) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności
- szkicuje wykres funkcji $y = af(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności
- szkicuje wykresy funkcji będących złożeniem kilku przekształceń i określa ich własności
- szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych będących złożeniem kilku przekształceń i określa ich własności
- stosuje wykresy funkcji w zadaniach różnych typów
- stosuje podstawowe tożsamości trygonometryczne w prostych sytuacjach
- dowodzi tożsamości trygonometrycznych, podając odpowiednie założenia
- oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest wartość jednej z nich
- wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
- stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta
- wykorzystuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta
- stosuje poznane wzory do przekształcania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne, w tym do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych
- wyznacza zbiór wartości funkcji, stosując wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
- wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego i funkcje trygonometryczne połowy kąta
- zapisuje dany kąt w postaci $k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha$ lub $k \cdot 90^\circ \pm \alpha$, gdzie $k \in \mathbf{Z}$
- wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych (także z wykorzystaniem tablic wartości trygonometrycznych lub kalkulatora)
- wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem własności funkcji trygonometrycznych
- rozwiązuje proste równania trygonometryczne
- rozwiązuje równania trygonometryczne, wyłączając wspólny czynnik poza nawias
- rozwiązuje równania trygonometryczne, które można sprowadzić do równań wielomianowych
- stosuje wzory na sumę i różnicę sinusów i cosinusów

